PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA - LA MANCHA

JUNIO – 2022

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Instrucciones: El estudiante deberá resolver CUATRO de los 8 ejercicios propuestos. Si resuelve más, se corregirán solo los cuatro primeros. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

1º) a) Encuentra todas las matrices X que conmutan con la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, es decir, que verifican que $A \cdot X = X \cdot A$.

b) ¿Existe alguna matriz simétrica que conmute con A y cuyo determinante valga 4?

----

a)

Sea $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ la matriz que se busca.

$$A \cdot X = X \cdot A \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 2a & 2b \\ a-c & b-d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a+b & -b \\ 2c+d & -d \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2a = 2a+b \\ 2b = -b \\ a-c = 2c+d \\ b-d = -d \end{array}\right\} \Rightarrow b = 0;\ \ a = 3c+d.$$

La matriz pedida es de la forma: $\underline{X = \begin{pmatrix} 3c+d & 0 \\ c & d \end{pmatrix}}$.

Por ejemplo, para $\left\{\begin{array}{l} c = 1 \\ d = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{X = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}$, que se comprueba a continuación:

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$X \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

$b)$

Una matriz simétrica es aquella que es igual a su traspuesta.

Siendo $X = \begin{pmatrix} 3c+d & 0 \\ c & d \end{pmatrix}$ es $X^t = \begin{pmatrix} 3c+d & c \\ 0 & d \end{pmatrix}$.

$X = X^t \Rightarrow \begin{pmatrix} 3c+d & 0 \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3c+d & c \\ 0 & d \end{pmatrix} \Rightarrow c = 0.$

La nueva matriz pedida, X_1, es de la forma $X_1 = \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$.

$|X_1| = 4 \Rightarrow \begin{vmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{vmatrix} = 4;\ \ d^2 = 4 \Rightarrow d_1 = -2, d_2 = 2.$

Las matrices que satisfacen lo pedido son $\underline{X_1' = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\ y\ X_1'' = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}}$.

****

2º) a) Tres lápices, un cuaderno y una agenda han costado 5 euros, lo mismo que dos cuadernos y una agenda. ¿Podemos saber el precio de cada artículo si ninguno es gratis y en céntimos todos son múltiplos de 50?

b) Calcula razonadamente el siguiente límite: $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$.

----

a)

Sean x, y, z los precios (en céntimos) de un lápiz, un cuaderno y una agenda, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce del enunciado es el siguiente:

$\left.\begin{array}{r} 3x+y+z=500 \\ 2y+z=500 \end{array}\right\}$. Sistema de dos ecuaciones (no proporcionales) con tres incógnitas, por lo cual es compatible indeterminado.

Para resolverlo se parametriza una variable, por ejemplo, $3x=\lambda$, con lo cual el sistema resulta:

$$\left.\begin{array}{l} y+z=500-\lambda \\ 2y+z=500 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -y-z=-500+\lambda \\ 2y+z=500 \end{array}\right\} \Rightarrow y=\lambda;\ \ z=500-2\lambda.$$

$Solución$: $3x=\lambda;\ \ y=\lambda;\ \ z=500-2\lambda.$

Como los precios no pueden ser cero y han de ser múltiplos de 50, la solución que satisface las condiciones del problema son para $\lambda=150$, con lo cual, los precios son los siguientes:

$\underline{Un\ lápiz\ vale\ 0{,}5\ euros;\ un\ cuaderno, 1{,}5\ euros\ y\ una\ agenda, 2\ euros.}$

b)

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}=1^{\infty}\Rightarrow Indet.\,nº\ e\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{x^2+1}{x}}=\lim_{x\to 1}\left[\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\right]^{\frac{x^2+x}{x^2}}=$$

$$=\left[\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\right]^{\frac{x^2+x}{x^2}}=e^{\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x}{x^2}}=e^{1}\Rightarrow \underline{\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}=e.}$$

****

3º) a) Sea la curva $f(x) = a - x^2$.

a_1) ¿Qué valores puede tomar $a \in R$ para que la curva $f(x) = a - x^2$ corte al eje de abscisas (eje OX) en dos puntos y, por tanto, delimite con dicho eje un recinto cerrado?

a_2) Encuentra razonadamente $a \in R$ para que el área de dicho recinto valga 36.

b) Resuelve la siguiente integral: $I = \int \frac{2x}{\sqrt{1+3x^2}} \cdot dx$. El cambio $t = 1 + 3x^2$ te puede ayudar.

----

a)

a_1)

La curva $f(x) = a - x^2$ es una parábola convexa ($\cap$), por ser negativo el coeficiente de x^2; simétrica con respecto al eje de ordenadas por ser $f(-x) = f(x)$ y cuyo vértice (máximo) es el punto $V(0, a)$.

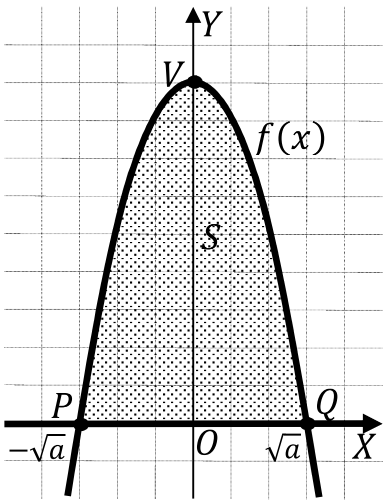
$$\underline{f(x)\ forma\ un\ recinto\ cerrado\ con\ OX\ \forall a \in R, a > 0}.$$

a_2)

Los puntos de corte de la curva con el eje OX son los siguientes:

$$f(x) = 0 \Rightarrow a - x^2 = 0;\ \ x^2 = a \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\sqrt{a} \to P\left(-\sqrt{a}, 0\right) \\ x_2 = \sqrt{a} \to Q\left(\sqrt{a}, 0\right) \end{cases}.$$

Teniendo en cuenta la simetría de la función, la superficie pedida es la siguiente:



$$S = 2 \cdot \int_0^{\sqrt{a}} (a - x^2) \cdot dx = 2 \cdot \left[ax - \frac{x^3}{3}\right]_0^{\sqrt{a}} = 36;$$

$$\left[ax - \frac{x^3}{3}\right]_0^{\sqrt{a}} = 18;\ \ \left[a \cdot \sqrt{a} - \frac{\left(\sqrt{a}\right)^3}{3}\right] - 0 = 18;$$

$$a\sqrt{a} - \frac{a\sqrt{a}}{3} = 18;\ \ 3a\sqrt{a} - a\sqrt{a} = 54;\ \ 2a\sqrt{a} = 54;$$

$$a\sqrt{a} = 27;\ \ \sqrt{a^3} = 27 = 3^3;\ \ a^3 = 3^6 \Rightarrow a = 3^2 \Rightarrow \underline{a = 9}.$$

La representación gráfica adjunta expresa, muy aproximadamente, la situación.

b)

$$I = \int \frac{2x}{\sqrt{1+3x^2}} \cdot dx \Rightarrow \begin{Bmatrix} 1 + 3x^2 = t \\ 2x \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot dt \end{Bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \int \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot dt = \frac{1}{3} \cdot \int t^{-\frac{1}{2}} \cdot dt =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{t^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{t} + C \Rightarrow \underline{I = \int \frac{2x}{\sqrt{1+3x^2}} \cdot dx = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{1+3x^2} + C}$$

****

4º) Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = a \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = -1 \\ y = \mu \\ z = -5\mu \end{cases}$, donde λ y μ son los parámetros y $a \in R$.

a) Estudia su posición relativa en función de los valores que toma a.

b) Encuentra razonadamente un plano que contenga a s y sea paralela a r.

Un punto y un vector director de la recta r son $A(0,0,a)$ y $\overrightarrow{v_r} = (2,-1,0)$.

Un punto y un vector director de la recta s son $B(-1,0,0)$ y $\overrightarrow{v_s} = (0,1,-5)$.

Los vectores $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{v_s}$ son linealmente independientes por no ser proporcionales sus componentes; esto implica que las rectas r y s se cortan o se cruzan. Para diferenciar el caso hacemos lo siguiente:

Se considera el vector $\vec{w}$ que tiene como origen el punto $A \in r$ y extremo el punto $B \in s$: $\vec{w} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = [(-1,0,0) - (0,0,a)] = (-1,0,-a)$.

Según que los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\}$ sean o no coplanarios las rectas r y s se cortan o se cruzan, respectivamente.

Los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\}$ son coplanarios cuando el rango del determinante que forman es cero y las rectas r y s se cortan; en caso contrario, se cruzan.

$$Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & -a \end{vmatrix} = -2a - 5 = 0;\ \ 2a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{2}.$$

$$Para\ a = -\frac{5}{2} \Rightarrow Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\} = 2 < 3 \Rightarrow\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\ son\ coplanarios.$$

$$\underline{Las\ rectas\ r\ y\ s\ se\ cortan\ en\ un\ punto.}$$

$$Para\ a \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\} = 3 \Rightarrow\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\ no\ son\ coplanarios.$$

$$\underline{Las\ rectas\ r\ y\ s\ se\ cruzan.}$$

b)

El plano pedido, π, por ser paralelo a la recta r y contener a la recta s, tiene como vectores directores a $\overrightarrow{v_r} = (2,-1,0)$ y a $\overrightarrow{v_s} = (0,1,-5)$ y contiene a $B(-1,0,0) \in s$.

$$\pi(B;\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y & z \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{vmatrix} = 0;\ \ 5(x+1) + 2z + 10y = 0;$$

$$5x + 5 + 10y + 2z = 0 \ \Rightarrow\ \underline{\pi \equiv 5x + 10y + 2z + 5 = 0}.$$

****

5º) a) Expresa razonadamente en forma de ecuaciones paramétricas la recta intersección de los planos $\pi_1 \equiv x = y + 1$ y $\pi_2 \equiv y + 2z = 5$.

b) Enuncia el teorema del Valor Medio del Cálculo Integral. Encuentra razonadamente el punto al que hace alusión dicho teorema para la función $f(x) = \frac{3}{x^2}$ en el intervalo $[1, 3]$. Interpreta geométricamente lo hallado.

----

a)

$$r \equiv \begin{cases} \pi_1 \equiv x = y + 1 \\ \pi_2 \equiv y + 2z = 5 \end{cases} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x - y = 1 \\ y + 2z = 5 \end{cases}.$$

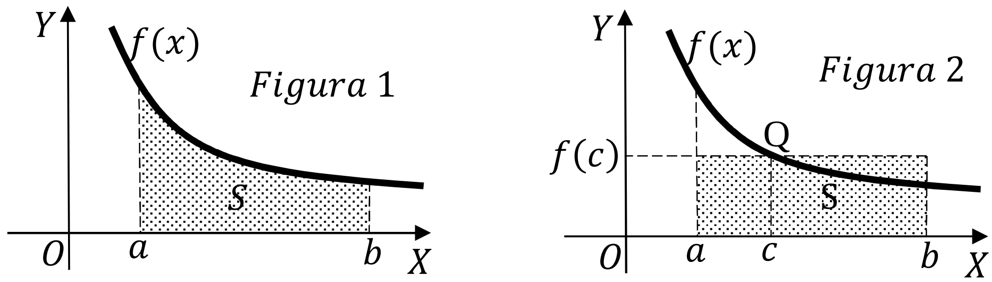
$$r \equiv \begin{cases} x - y = 1 \\ y + 2z = 5 \end{cases} \Rightarrow z = \lambda; \;\; y = 5 - 2\lambda; \;\; x = 1 + 5 - 2\lambda \Rightarrow x = 6 - 2\lambda.$$

$$\underline{r \equiv \begin{cases} x = 6 - 2\lambda \\ y = 5 - 2\lambda. \\ z = \lambda \end{cases}}$$

b)

El teorema del Valor Medio del cálculo integral se puede enunciar así: “Si una función $f(x)$ es continua en un intervalo $[a, b]$, existe un valor $c \in [a, b]$ que cumple que $\int_a^b f(x) \cdot dx = f(c) \cdot (b - a)$”.

La interpretación gráfica se expresa a continuación.



$$S = \int_1^3 f(x) \cdot dx = \int_1^3 \frac{3}{x^2} \cdot dx = 3 \cdot \int_1^3 x^{-2} \cdot dx = 3 \cdot \left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_1^3 = 3 \cdot \left[-\frac{1}{x}\right]_1^3 =$$

$$= 3 \cdot \left[\frac{1}{x}\right]_3^1 = 3 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) = 3 - 1 \Rightarrow S = 2\, u^2.$$

$$S = f(c) \cdot (3 - 1) = 2 \Rightarrow f(c) \cdot 2 = 2; \;\; f(c) = 1 = \frac{3}{c^2} \Rightarrow \underline{c = \sqrt{3} \in [1, 3]}.$$

****

6º) $a)$ Estudia el rango de la matriz $M' = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & m \\ 4 & 1 & m & 2 \end{pmatrix}$ en función del parámetro $m \in R$.

$b)$ Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + my = 1, \pi_2 \equiv 2x + y = m$ y $\pi_3 \equiv 4x + y + mz = 2$. Estudia su posición relativa según los valores de m. Puedes utilizar los resultados obtenidos en el apartado anterior.

$a)$

Considerando la matriz M formada por las tres primeras columnas de M':

$$|M| = \begin{vmatrix} 2 & m & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & m \end{vmatrix} = m \cdot \begin{vmatrix} 2 & m \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = m \cdot (2 - 2m) = m \cdot (1 - m) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = 0, m_1 = 1 \Rightarrow Para \begin{Bmatrix} m \neq 0 \\ m \neq 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 3.$$

$$Para\, m = 0 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 = 4 \neq 0 \Rightarrow Rang\ M' = 3.$$

$$Para\, m = 1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \{F_1 = F_2\} \Rightarrow Rang\ M' = 2.$$

$$\underline{Rang\ M' = 3\ si\ m \neq 1; Rang\ M' = 2\ si\ m = 1.}$$

$b)$

Los planos $\pi_1 \equiv 2x + my = 1, \pi_2 \equiv 2x + y = m$ y $\pi_3 \equiv 4x + y + mz = 2$ determinan el sistema $\left.\begin{array}{r} 2x + my = 1 \\ 2x + y = m \\ 4x + y + mz = 2 \end{array}\right\}$, cuyas matrices de coeficientes y ampliada son $M = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & m \end{pmatrix}$ y $M' = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & m \\ 4 & 1 & m & 2 \end{pmatrix}$.

Nótese que la matriz M' es la misma del apartado anterior.

Según sean los rangos de estas matrices, la posición relativa de los planos son las siguientes:

1º. -- $Rang\ M = Rang\ M' = 3 \Rightarrow Los\ planos\ se\ cortan\ en\ un\ punto.$

2º. -- $Rang\ M = 2;\ Rang\ M' = 3\ \Rightarrow Los\ planos\ son\ secantes\ dos\ a\ dos$.

3º. -- $Rang\ M = Rang\ M' = 2\ \Rightarrow Los\ planos\ se\ cortan\ en\ una\ recta$.

4º. -- $Rang\ M = 1;\ Rang\ M' = 2\ \Rightarrow Los\ planos\ son\ paralelos$.

5º. -- $Rang\ M = Rang\ M' = 1\ \Rightarrow Los\ planos\ son\ coincidentes$.

$$\underline{Si\ \begin{Bmatrix} m \neq 0 \\ m \neq 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 3 \Rightarrow Los\ planos\ se\ cortan\ en\ un\ punto.}$$

$$\underline{Si\ m = 0 \Rightarrow Rang\ M = 2, Rang\ M' = 3 \Rightarrow Los\ planos\ son\ secantes\ dos\ a\ dos.}$$

$$\underline{Si\ m = 1 \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 2 \Rightarrow Los\ planos\ se\ cortan\ en\ una\ recta.}$$

Nota: Para $m = 1$ debe tenerse en cuenta que dos planos son coincidentes.

****

7º) a) Sean los vectores $\vec{u} = (1, 1, 1)$ y $\vec{v} = (1, 0, 1)$. Calcula el plano π que pasa por el punto $A(0, 0, 1)$ y con vector normal el producto vectorial de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) El EVAU club de fútbol tiene una probabilidad del 90 % de ganar un partido cuando juega Benceno (su delantero estrella) y del 60 % cuando no lo hace. Se sabe que la probabilidad de que Benceno juegue un partido es del 80 %.

b_1) ¿Cuál es la probabilidad de que el EVAU C. F. gane un partido cualquiera?

b_2) Si el EVAU C. F. acaba de ganar un partido, ¿cuál es la probabilidad de que Benceno haya jugado?

----

a)

$$\vec{n} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i + j - k - j = i - k \Rightarrow \vec{n} = (1, 0, -1).$$

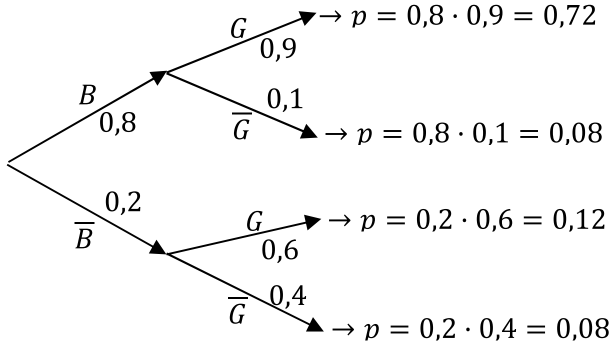
La expresión general del plano pedido es $\pi \equiv x - z + D = 0$.

Como el plano π contiene al punto $A(0, 0, 1)$ tiene que satisfacer su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r} \pi \equiv x - z + D = 0 \\ A(0, 0, 1) \end{array}\right\} \Rightarrow 0 - 1 + D = 0;\ \ D = 1 \ \Rightarrow \ \underline{\pi \equiv x - z + 1 = 0}.$$

b)

El diagrama del árbol que se deduce es el siguiente:



b_1)

$$P = P(G) = P(B \cap G) + P(\overline{B} \cap G) = P(B) \cdot P(G/B) + P(\overline{B}) \cdot P(G/\overline{B}) =$$

$$= 0{,}8 \cdot 0{,}9 + 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}72 + 0{,}12 = \underline{0{,}84}.$$

b_2)

$$P = P(B/G) = \frac{P(B \cap G)}{P(G)} = \frac{P(B) \cdot P(G/B)}{P(G)} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}9}{0{,}84} = \frac{0{,}72}{0{,}84} = \underline{0{,}8571}.$$

****

8º) a) Se calcula que una quinta parte de los niños españoles presentan algún tipo de intolerancia alimentaria. En una cantina escolar los niños se sientan al azar en mesas de 4 comensales.

a_1) ¿Cuál es la probabilidad de que en una mesa haya algún niño con intolerancia alimentaria?

a_2) Cuando en una mesa hay algún niño con intolerancia alimentaria, a esa mesa se le sirve el pan sin gluten. Si un día hay ocupadas 8 mesas, ¿cuál es la probabilidad de que haya que servir pan sin gluten en alguna mesa?

b) El peso de los paquetes de 1 kg de arroz que comercializa determinada marca siguen una distribución normal de 985 g de media y 25 g de desviación típica.

b_1) ¿Cuántos pesarán más de un kilo?

b_2) ¿Cuánto pesará el más ligero del 70 % de los que más pesan?

----

a)

a_1)

Se trata de una distribución binomial de las siguientes características:

$n = 4;\ \ p = \frac{1}{5};\ \ q = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}.$

Por el suceso contrario, la probabilidad de que haya algún niño con intolerancia alimentaria en la mesa es equivalente a la unidad menos la probabilidad de que no haya ningún niño en la mesa con intolerancia alimentaria.

La fórmula de la probabilidad binomial de n elementos de los cuales se produzcan r viene dada por la fórmula: $P(r) = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot q^{n-r}$.

$$P = 1 - P(0) = 1 - \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 1 - 1 \cdot 1 \cdot \frac{256}{625} = 1 - 0{,}4096 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \underline{P = 0{,}5904}$.

a_2)

Se trata de una distribución binomial de las siguientes características:

$n = 8;\ \ p = 0{,}5904;\ \ q = 1 - p = 0{,}4096.$

Como en el apartado anterior, por el suceso contrario, la probabilidad de que haya que poner pan sin gluten en alguna mesa es equivalente a la unidad menos la probabilidad de que no haya que poner pan sin gluten en ninguna mesa.

$$P = 1 - P(0) = 1 - \binom{8}{0} \cdot (0{,}5904)^0 \cdot (0{,}4096)^8 = 1 - 1 \cdot 1 \cdot 0{,}0008 =$$

$$= 1 - 0{,}0008 \Rightarrow \underline{P = 0{,}9992}.$$

$b)$

$Datos$: $\mu = 985$; $\sigma = 25$.

$X \to N(\mu;\ \sigma) = N(985, 25)$. Tipificando la variable: $Z = \frac{X-985}{25}$.

$b_1)$

$$P = P(X > 1.000) = P\left(Z > \frac{1.000-985}{25}\right) = P\left(Z > \frac{15}{25}\right) = P(Z > 0{,}6) =$$

$$= 1 - P(Z < 0{,}6) = 1 - 0{,}7257 = 0{,}2743.$$

$$\underline{Pesan\ mas\ de\ un\ kilo\ el\ 27{,}43\ \%\ de\ los\ paquetes}.$$

$b_2)$

Se nos pide el valor de β, siendo: $P(X > \beta) = 0{,}7$.

$P\left(Z > \frac{\beta-985}{25}\right) = 0{,}7 \Rightarrow P\left(Z \leq -\frac{\beta-985}{25}\right) = 0{,}7 \Rightarrow$Mirando en la tabla $N(0, 1)$ de forma inversa, al valor 0,7 le corresponde un valor: $\left\{\begin{matrix} 0{,}52 - -0{,}6985 \\ 0{,}53 - -0{,}7019 \end{matrix}\right\} \cong 0{,}525$:

$$-\frac{\beta-985}{25} = 0{,}525;\ \ \beta - 985 = -13{,}125 \Rightarrow \beta = 985 - 13{,}125 = 971{,}875.$$

$$\underline{971{,}875\ gramos\ pesa\ el\ más\ ligero\ del\ 70\ \%\ de\ los\ más\ pesados.}$$

****